Dottorato di Ricerca in Matematica e Fisica
XXI Ciclo

Università di Udine

25 ottobre 2005

Tema A

Dissertazioni

Svolgere una dissertazione a scelta fra le seguenti.

1. Si progetti un esperimento per misurare la costante di decadimento del muone, utilizzando attrezzatura di rivelazione e d'acquisizione dati commercialmente disponibile e descrivendone i principi d'operazione nella misura in cui sono rilevanti all'esperimento. Si presti attenzione all'analisi dei dati ed alle precisioni realizzabili. Si descriva quindi come adeguare l'esperimento ad una verifica della dilatazione relativistica del tempo.
2. Studio della fisica dei sistemi complessi attraverso simulazioni numeriche: motivazioni, tecniche usate e stato dell'arte in un problema di interesse multidisciplinare di interesse del candidato.
3. Si descriva almeno un esperimento che ha condotto a concludere che l'Universo è in espansione, ed almeno un'implicazione su un esperimento attuale di astrofisica. Si descriva un esperimento con implicazioni nella fisica fondamentale con attenzione alla rivelazione di segnali da sorgenti extragalattiche.
4. Il contributo delle tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione all'apprendimento della fisica: aspetti generali, raccordo con la matematica ed esempi significativi nel campo della meccanica.
5. Il principio di Hamilton.
6. Teoria di Galois: aspetti aritmetici e/o geometrici.
7. I Teoremi di Incompletezza di Gödel.
8. Le serie di potenze nel campo reale e complesso.
9. La decomposizione ai valori singolari
10. Tecniche di enumerazione implicita per la risoluzione di problemi di ottimizzazione.

Problemi

Svolgere quanti più problemi si riesce.

1. Si discuta la penetrazione di una particella di massa m ed energia E attraverso un gradino di potenziale $U > E$. Si esaminino le conseguenze sul tunneling.

2. Sia dato un gas ideale di N particelle identiche (classiche) di massa m mantenute a temperatura costante T. Considerata la distribuzione della componente lungo l'asse x della velocità delle particelle, v_x, si determinino i valori medi di v_x^2 e $|v_x|$.

3. Calcolare l'energia di soglia di un fotone γ di alta energia che interagisca con un fotone della radiazione cosmica a $T = 2.73K$ per la produzione di una coppia e^+e^-. Si assuma $E = k_B T$, dove k_B è la costante di Boltzmann ($k_B = 8.6\ 10^{-5} eV/K$).

4. Un sistema (massa M) decade con emissione di due particelle diverse, ad energie relativistiche. Supponendo che la spartizione di energia tra le due particelle sia governata esclusivamente dallo spazio delle fasi disponibile, si esprima la distribuzione di energia delle particelle in funzione dell'energia liberata dal decadimento e dalle masse m_1 e m_2 delle particelle emesse, supponendo $M \gg m_1, m_2$. Si applichi quindi questo risultato al decadimento beta discutendo così la sensibilità della distribuzione alla massa del neutrino.

5. Sia φ_e la funzione parziale ricorsiva da $\mathbb{N}$ ad $\mathbb{N}$ calcolata dalla macchina di Turing di codice e. Dimostrare che l'insieme $\{e : \varphi_e \text{ è totale}\}$ non è ricorsivo.

6. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale alle derivate parziali del primo ordine $yu_x + (x^2 + 1)u_y = 0$.

7. Siano $f_n, f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ funzioni, $\{e_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ una base ortonormale di uno spazio di Hilbert, $v_n = \sum_k f_n(k)e_k$, $v = \sum_k f(k)e_k$. Discutere le seguenti implicazioni e, per quelle eventualmente false, rafforzare se possible le ipotesi in modo che diventino vere: (a) $f_n \rightrightarrows f$ su $\mathbb{N} \Rightarrow v_n \to v$ in norma; (b) $f_n \rightrightarrows f$ su $\mathbb{N} \Leftarrow v_n \to v$ in norma; (c) $f_n \to f$ su $\mathbb{N} \Rightarrow v_n \to v$ debolmente; (d) $f_n \to f$ su $\mathbb{N} \Leftarrow v_n \to v$ debolmente.
($f_n \rightrightarrows f$ indica la convergenza uniforme, $f_n \to f$ quella puntuale).

8. Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x_0 \in \mathbb{R}$. Discutere le implicazioni fra le due seguenti affermazioni: (a) esiste un polinomio $p(x)$ di secondo grado tale che $f(x) = p(x) + o(x - x_0)^2$ per $x \to x_0$; (b) esiste la derivata seconda di f in x_0.

9. Si dimostri che ogni intero n sufficientemente grande è rappresentabile nella forma $n = 10x + 12y + 15z$ per opportuni interi $x, y, z \geq 0$. Sia $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ la funzione che ad ogni intero $n \geq 0$ associa il numero di tali rappresentazioni di n. Stimare la crescita asintotica di $f(n)$ per $n \to \infty$.

10. Indicato con S_1 il cerchio unitario nel piano $\mathbb{R}^2$ sia X lo spazio topologico $X := \{(x, y) \in S_1 \times S_1 \mid x \neq y\}$. Si dimostri che X è connesso e che non è semplicemente connesso.

11. Sia S un insieme della forma $S = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b\}$ dove $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ e $b \in \mathbb{R}^m$ sono una matrice ed un vettore assegnati. Si formuli il problema di determinare una palla di raggio massimo interamente contenuta in S come problema di programmazione lineare.